

## Selección de proyectos y políticas óptimas de I+D: una aproximación bayesiana

*Alfredo Russo\* y María Laura Russo\**

La selección de un conjunto de proyectos de I+D de carácter óptimo significa maximizar una función objetivo multicriterio, que reúne las variables económicas (por lo general continuas) y las variables discretas asociadas con las decisiones políticas. Cuando se agrega la incertidumbre, la función a optimizar incluye términos cuadráticos para considerar variancias y covariancias. El resultado de la optimización deberá ser un óptimo de Pareto, en especial cuando algunos de los objetivos se oponen entre sí. La incertidumbre se trata utilizando la estadística Bayesiana para introducir el conocimiento experto en las estimaciones a priori. El teorema de Bayes permite actualizar las estimaciones a priori cuando aparece evidencia adicional, lo que permite el monitoreo del portafolio óptimo a lo largo de su evolución y la generación de decisiones racionales y coherentes acerca de la continuidad de algunos de los proyectos o la inclusión de otros nuevos. En este trabajo se exponen los lineamientos generales del método y de la resolución del problema de optimización.

### Introducción

Si se acepta la definición de proyecto como una inversión en recursos para obtener una finalidad específica en un plazo limitado, todas las actividades de I+D pueden ser consideradas *proyectos* en el sentido amplio, de la misma manera que lo pueden ser las actividades industriales, comerciales o de servicios. En una acepción genérica, una política es un conjunto de proyectos. Nuestro propósito es la búsqueda sistemática de políticas óptimas, usando técnicas matemáticas adecuadas.

Tradicionalmente la búsqueda de óptimos, signada por las costumbres de la actividad comercial, ha tenido como objetivo maximizar utilidades o minimizar costos, sin considerar otros objetivos que los económicos.

Actualmente, es posible diseñar objetivos múltiples, que reflejen mejor las necesidades y elecciones de los que deciden adoptar las políticas. En ese sentido, nuestro trabajo se orienta a la selección de

\* Universidad Nacional de Quilmes.

conjuntos o portafolios de proyectos que resulten óptimos en función de funciones objetivo conteniendo criterios múltiples.

La bibliografía muestra diversos sistemas que analizan los proyectos individuales y construyen escalas con los mejor puntuados a la cabeza y, a continuación, los siguientes.<sup>1</sup>

Estos sistemas, conocidos como jerárquicos, consideran solamente un nivel para cada variable en juego (enfoque determinístico), sin analizar las desviaciones posibles dentro de cada valor (enfoque probabilístico). Nos proponemos demostrar que, con la ayuda de las herramientas informáticas disponibles en la actualidad, es posible considerar el enfoque probabilístico con relativa facilidad.

El problema central de la asignación de recursos escasos es encontrar una manera de distribuirlos de modo tal que se obtenga el máximo beneficio posible a partir de una cantidad fija de recursos. Cuando los objetivos son múltiples, y las restricciones abundantes, se obtiene un subóptimo, conocido como óptimo de Pareto, tal que, dentro de las condiciones establecidas, cualquier cambio perjudica alguna de las alternativas especificadas.

Los sistemas jerárquicos ignoran, al menos formalmente, las interacciones entre los proyectos. También ignoran, más que formalmente, el riesgo inherente a cada uno de ellos. La teoría de las probabilidades y los avances logrados en el desarrollo de la estadística Bayesiana no sólo permiten incorporar la consideración probabilística del problema, sino también utilizar *ex ante* el conocimiento experto para introducirlo en una estimación a priori de las probabilidades de eventos complejos y los parámetros de la distribución correspondiente. También pueden considerarse las interacciones (covariancias) entre proyectos, lo que conduce a la formulación de políticas más consistentes.

En la primera sección de este trabajo desarrollamos brevemente el fundamento de la elección de portafolios de proyectos por medio de funciones objetivo multicriterio. En la segunda introducimos la aplicación de la estadística Bayesiana para la predicción de los parámetros de las distribuciones y en la tercera resumimos los aspectos metodológicos del tratamiento de los problemas de este tipo.

<sup>1</sup> Flament, M., "Evaluación multicriterio de proyectos de inversión en ciencia y tecnología", en E. Martínez (ed.), *Estrategias, planificación y gestión de ciencia y tecnología*, Nueva Sociedad, 1993. Barba-Romero, S., "Evaluación multicriterio de proyectos de ciencia y tecnología", en E. Martínez, citado. Saaty, Thomas L., *The analytic hierarchy process: planning, priority setting, resource allocation*, Nueva York-Londres, McGraw-Hill International Book Co, 1980.

Una obligada consideración final, para cerrar esta introducción, nos reclama afirmar que los portafolios óptimos, o sea las políticas de inversión en proyectos, no son privativas del sector público sino que pueden aplicarse, del mismo modo y con la misma metodología, al sector privado.

## Óptimos de Pareto

La programación lineal multiobjetivo permite construir funciones objetivo que conduzcan a soluciones de compromiso entre metas, a veces en conflicto.

Según Gass,<sup>2</sup> el problema puede ser definido mediante  $p$  vectores de costo, designados por:

$$CX$$

y un conjunto  $m \times n$  de restricciones tal que:

$$\begin{aligned} AX &= b \text{ y} \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

Cada  $c_k X$  define una función objetivo lineal a ser optimizada, sujeta al conjunto de restricciones.

Distinguimos la optimización simultánea de  $p$  funciones objetivo con el vocablo maximización. La maximización de un vector se define de una forma similar a la de los óptimos de Pareto, utilizando el concepto de solución eficiente. Una solución  $X^0$  es eficiente cuando cumple con dos condiciones simultáneas: 1) es posible y 2) no existe ninguna otra mejor solución posible, tal que:

$$CX \geq CX^0$$

La función objetivo a maximizar es una combinación lineal de los  $p$  vectores disponibles, de la forma:

$$f(X) = \sum_1^p \lambda_i c_i X = \lambda_1 c_1 X + \lambda_2 c_2 X + \dots + \lambda_p c_p X$$

<sup>2</sup> Gass, Saul I., *Linear Programming*, McGraw-Hill International Editions, 1994.

donde los  $\lambda_i$  son coeficientes de peso (con valores entre 0 y 1), mediante los cuales se asigna importancia a cada uno de los objetivos, de modo que se refleja la voluntad subjetiva del que decide.

La técnica para encontrar estos óptimos está extensamente descrita en la obra citada y requiere un moderado esfuerzo computacional. Lo relevante de esta cuestión es que: a) es posible optimizar funciones objetivos aun cuando algunas de las metas contradigan o se opongan a otras<sup>3</sup> utilizando los mismos métodos de los sistemas jerárquicos y estableciendo preferencias o dominancias de algunos de los objetivos respecto de otros; b) es posible introducir objetivos cualitativos, bajo la forma de funciones escalón con un  $\delta$  de Kronecker, que determinen si el objetivo debe o no ser considerado; c) es posible determinar la sensibilidad del óptimo a la aparición o desaparición de ciertos condicionantes cualitativos, con lo cual se puede analizar cómo influyen algunos de los objetivos en la formulación de las políticas.

Aunque éste es sólo el planteo determinístico del problema, se avizora la posibilidad de superar el mero análisis de economicidad de la política de proyectos óptima, para introducir decisiones subjetivas, las razones políticas de la conducción del organismo o del formulador de las políticas.

Hasta el presente, este tipo de análisis no aparece con frecuencia en la formulación de políticas, ni en la actividad pública ni en la privada. Sin embargo, la irrupción de la economía globalizada en países de desarrollo incipiente o moderado hace que deban considerarse más variables independientes que en los casos de economías cerradas o semicerradas.

Pretendemos llegar, a lo largo de nuestro estudio, a un conjunto de sistemas expertos que permitan formular estas políticas, analizar sus consecuencias en contextos cambiantes, descubrir los óptimos para cada conjunto de objetivos y restricciones y resolver las contradicciones de coherencia que suelen tener las políticas, no sólo en el campo de la I+D.

Esta metodología determinística para encontrar portafolios óptimos de inversión ha sido utilizada en un trabajo anterior,<sup>4</sup> basada en la propuesta de Mao,<sup>5</sup> para seleccionar hasta 8 proyectos óptimos. En el mismo trabajo se procesaron también los análisis probabilísticos pe-

<sup>3</sup> Flament, M., citado.

<sup>4</sup> Russo, A., *Informe técnico*, Buenos Aires, Indupa, 1987.

<sup>5</sup> Mao, J. T., *Análisis financiero*, Buenos Aires, El Ateneo, 1980.

ro usando solamente una función objetivo simple. La herramienta computacional utilizada fue una planilla electrónica con la tecnología disponible en esa época.

## **Modelos probabilísticos**

Tanto en las estimaciones de escenarios como en la de variables existe incertidumbre. Si bien cuantificar la incertidumbre parece una contradicción semántica, es posible cuantificar las probabilidades de que un hecho ocurra o no, bajo la forma de una distribución, la confiabilidad de las medias y otros momentos de primer orden obtenidos de esa distribución y la dispersión de los resultados en torno a la media, en la forma de momentos de segundo orden (variancias y covariancias). La interdependencia entre variables se pone de manifiesto también por medio de las covariancias.

Desde el punto de vista financiero, un proyecto es una secuencia de desembolsos, seguida o concurrente con una secuencia de retornos que deben ser cuantificados (sea por su valor económico o social).

Desde el punto de vista de la búsqueda de óptimos, nuestra función de utilidad puede describirse como una que nos permite maximizar los ingresos o retornos del proyecto o como una que nos permite minimizar las pérdidas. Si existe una razonable cuantificación de los resultados no económicos esperados del proyecto, puede definirse, siguiendo a French y Smith,<sup>6</sup> la expectativa subjetiva de utilidad, tanto por un ingreso neto maximizado como por un gasto neto minimizado.

En este caso, el uso de la aproximación probabilística permite encontrar un conjunto óptimo, tal como en el caso anterior, que además minimice el riesgo inherente al conjunto de los proyectos.

Nuestra concepción del tema es que en el análisis jerárquico de Saaty<sup>7</sup> se pierde este importante efecto.

Los proyectos portan cada uno su propio riesgo de éxito o fracaso. Algunos factores de riesgo son endógenos y otros exógenos y cada uno de ellos debe ser modelado adecuadamente. El resultado será una distribución multivariable de probabilidades, asociada con cada variable aleatoria.

<sup>6</sup> French, S.; Smith, J. Q., "Bayesian analysis", en *The Practice of Bayesian Analysis*, Arnold, 1997.

<sup>7</sup> Saaty, Thomas L., citado.

## El conocimiento experto y los valores iniciales

En la estadística Bayesiana, las estimaciones preliminares de las probabilidades subjetivas se conocen como “priors”.<sup>8</sup> La interpretación moderna del teorema de Bayes (véase Apéndice II), permite determinar las probabilidades posteriores o “posteriors” con la ayuda de evidencia adicional, obtenida después de la determinación a priori.

Es razonable destacar que, en la bibliografía moderna sobre el tema, la denominación de probabilidad subjetiva ha sido reemplazada por la más explícita de creencia o expectativa (*belief*). Por supuesto que se trata de una creencia que, si bien es subjetiva, se basa en la experiencia del que asigna un valor a esta expectativa.

Esto diferencia a la probabilidad matemática, basada en razonamiento deductivo (como la probabilidad del número de un dado o de una moneda que cae con la cara hacia arriba), de la probabilidad subjetiva (basada en razonamiento plausible), como la de que ocurra un evento en vista de un conjunto de hechos insuficientes en sí para aplicar el razonamiento deductivo puro.

El conocimiento de los expertos necesita ser traducido al lenguaje estadístico, que aspira a encontrar un valor más probable, la esperanza de una media, una moda o una mediana y una medida de la dispersión de los hechos posibles en torno a dicha medida central: una desviación estándar o una variancia. La forma de la distribución de probabilidad también interesa.

El proceso de extracción del conocimiento experto y su conversión en parámetros estadísticos se conoce como elicitación. La elicitación del conocimiento experto y su expresión estadística, además de ser útil para la resolución de problemas individuales, suministra una poderosa herramienta de transmisión de dicho conocimiento, toda vez que los resultados del proceso pueden ser conservados en bases de datos y corregidos a la luz de nuevas evidencias.

Este proceso, cuando la participación del experto alcanza las etapas posteriores que incluyen la incorporación de nueva evidencia, permite mejorar notablemente la calidad del experto para pronosticar futuros hechos.

En el Apéndice II puede verse cómo se aplican estos conceptos, de acuerdo con el desarrollo publicado por Stutz y Cheeseman.<sup>9</sup>

<sup>8</sup> Press, S. J., *Bayesian Statistics: Principles, Models and Applications*, Wiley, 1989.

<sup>9</sup> Stutz, J. y Cheeseman, P., *A Short Exposition on Bayesian Inference and Probability*, Bayes Learning Group, Electronic Paper, 1/6/94.

## El proceso de la elicitación y la construcción de probabilidades

El método de elicitación del conocimiento experto, para un conjunto de proyectos, ha sido descripto *in extenso* por O'Hagan,<sup>10</sup> quien lo aplicó a la determinación anticipada del costo de mantenimiento y de expansión de las redes de agua y desagües, privatizada en Inglaterra.

Básicamente el problema analizado por O'Hagan incluía la estimación conjunta de alrededor de 649 variables, lo que incluye la estimación de las consecuentes 649 variancias y 210.276 covariancias.

Un conjunto de reglas permite simplificar el problema sin perder rigor:

*Regla 1:* La independencia de los sucesos. Una forma simple de expresar que dos hechos son independientes<sup>11</sup> es considerar que, cuando uno conoce alguna información sobre uno de los hechos, las estimaciones acerca del otro no cambian. Esta expresión subjetiva puede expresarse, en notación probabilística, como:

$$p(E_2|E_1,I) = p(E_2|I) \text{ y } p(E_1|E_2,I) = p(E_1|I)$$

En términos más llanos puede decirse que saber algo nuevo sobre  $E_1$  no nos hace saber nada más sobre  $E_2$ .

*Regla 2:* Regla de la Suma

$$p(A+B|I) = p(A|I) + p(B|I) - p(A,B|I)$$

Las reglas de la Suma y del Producto son consecuencia de nuestra intención de que la teoría de las probabilidades sea consistente con la lógica aristotélica. Cuando las creencias llegan al límite de verdadero o falso, el cálculo probabilístico se convierte en el cálculo del predicado. Jaynes<sup>12</sup> ha hecho un interesante desarrollo para demostrar que estas reglas se deducen de los principios básicos de las creencias racionales.

<sup>10</sup> O'Hagan, A., "The ABLE story: Bayesian asset management in the water industry", en *The Practice of Bayesian Analysis*, Arnold, 1997.

<sup>11</sup> *Ibid.*

<sup>12</sup> Jaynes, E. T., "Probability Theory: The Logic of Science", *Electronic Paper*, 1994. Hipervínculo. <http://omega.albany.edu:8008/JaynesBook.html>

### Regla 3: Exclusión mutua

Se dice que dos hechos son mutuamente excluyentes si:

$$p(H_i, H_j | I) = 0 \text{ para } i \neq j$$

Cuando los hechos son mutuamente excluyentes, la Regla de la suma se reduce a:

$$p(A+B | I) = p(A | I) + p(B | I)$$

### Regla 4: Exhaustividad

Un conjunto de hechos es exhaustivo cuando:

$$p(A) + p(B) + \dots + p(Z) = 1$$

La aplicación sistemática de estas reglas se conoce como marginalización y permite eliminar variables o expresar algunas de ellas en función de las otras. La marginalización debe aplicarse con precaución para no contradecir la lógica de los sistemas bajo análisis.

La otra contribución importante de O'Hagan ha sido la de aplicar el estimador lineal de Bayes, desarrollado por Goldstein y colaboradores<sup>13</sup> a este tipo de problemas. Ello permite reducir el número de magnitudes a utilizar a los momentos de primero y segundo orden: medias y variancias (incluye las covariancias), eliminando la necesidad de utilizar momentos de orden superior. Por supuesto que esto incluye la hipótesis de que las distribuciones o bien son normales o normales logarítmicas para la información sobre "priors".

Con estos elementos, puede comenzar el proceso de elicitación, que es una característica específica de la estadística Bayesiana: obtener un conjunto de opiniones de cada experto que permitan construir una curva de distribución de probabilidades a priori. Una media o promedio de la opinión del experto es relativamente fácil de obtener. Más compleja es la obtención de una variancia o una desviación estándar. Supongamos que se ha obtenido la media o promedio *m*. A continuación será necesario extraer un intervalo *a*, tal que, entre *m+a* y *m-a* estén comprendidos los valores correspondientes a una probabilidad pre-

<sup>13</sup> Goldstein, M. y Woof, D., "Bayes linear computation: concepts, implementation and programs". *Statistics and computing* 5, 1995, p. 327.



fijada. Supongamos que nos fijamos 66% arbitrariamente, lo cual implica requerir del experto que nos informe dentro de qué intervalo, alrededor de la media, estarán comprendidos 2 de cada 3 casos.

Para llevarlo a un campo que nos es familiar, supongamos que pedimos a un evaluador que estime una magnitud de un proyecto dado y sea ésta la validez del monto solicitado. Sea que el evaluador estima en 70.000 el monto medio en función de su experiencia y de la complejidad del proyecto (variable de contexto). El paso siguiente es obtener del mismo evaluador los extremos para el 66% de los casos, sea que nos informa que, sobre la base de su experiencia en proyectos similares, 2/3 de los casos pueden estar comprendidos entre 50.000 y 90.000 de presupuesto.

Aquí se ha obtenido una media de 70.000 y una desviación estándar de 20.000, lo que permite construir la curva de probabilidad completa.

Utilizando el concepto de intervalo de confianza, se explica al evaluador que su suposición implica que, de 100 casos, sus expectativas enunciadas implican que, para un intervalo de confianza del 99%, los montos estarán comprendidos entre 65.000 y 75.000. Es posible que, confrontado con estos resultados, el evaluador decida modificar sus expectativas, porque quiere asignar mayores probabilidades, por ejemplo, a las desviaciones positivas (en más), del presupuesto.

Este proceso interactivo, donde el evaluador es confrontado con la coherencia estadística de sus estimaciones, puede complicarse tanto como se quiera, en función de que sus expectativas no se reduzcan solamente a los valores finales sino que resulten de estimar cada uno de los componentes del costo final y sus variancias o desviaciones estándar.

Cada proceso de estimación conduce a calcular variancias a partir de desviaciones estándar y covariancias a partir de la dependencia que el evaluador o experto asigne a otras variables que no puedan ser eliminadas por marginalización. La elicitación de covariancias ha sido explicada por Goldstein<sup>14</sup> y requiere un análisis más sofisticado de las interrelaciones entre sucesos diversos. Cuando estos sucesos son valores consecutivos de una misma variable suele ser posible la estimación directa. Cuando se trata de sucesos dependientes de más de un antecedente, se deben aplicar reglas de reducción para obtener las relaciones entre variancias y covariancias.

<sup>14</sup> Goldstein, M. y Woof, D., "Bayes linear computation: concepts, implementation and programs", *Statistics and computing*, No. 5, 1995, p. 327.

A continuación sigue un proceso de validación de los resultados obtenidos, para determinar si los valores elicitados son coherentes entre sí y con los de otros expertos. El proceso de validación ha sido descrito también por O'Hagan,<sup>15</sup> quien indica que si el proceso da resultados negativos debe rehacerse la elicitación con asistencia a los expertos por parte de los especialistas en estadística Bayesiana.

En definitiva, el proceso de la extracción del conocimiento experto, su conversión a una expresión estadística y su validación es largo y a veces tedioso, en especial porque los expertos no están acostumbrados a pensar en términos estadísticos ni a medir las consecuencias de sus estimaciones hacia el futuro.

No puede reemplazarse con información anterior sobre uno o varios proyectos, ni con información sobre las opiniones vertidas con anterioridad por cada experto, toda vez que tiene que someterse al sistema de elicitación arriba descrito.

### Optimización bajo incertidumbre

Cuando se admite que toda la incertidumbre en las decisiones puede ser tratada con el estimador lineal de Bayes, el problema de optimización debe incluir términos cuadráticos, derivados de la inclusión de variancias y covariancias.

En ese caso, la función a optimizar adopta la forma:

$$z = pX + X'CX + \sum_{j=1}^N p_j x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j$$

sujeto a

$$\begin{aligned} AX &= b \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

dónde **p** es un vector de constantes.

El segundo sumando de la función objetivo incluye los términos cuadráticos como variancias, cuando  $i=j$ , y covariancias cuando estos coeficientes son distintos.

<sup>15</sup> O'Hagan, A., "Eliciting expert beliefs in substantial practical applications", *The Statistician*, No. 47, 1998.

La condición para que el sistema tenga solución impone que la función objetivo esté expresada bajo la forma de sumandos, algunos de los cuales pueden ser cuadráticos, y que las restricciones sean lineales.

Una complicación adicional surge cuando se considera que el portafolio está integrado por proyectos completos. Esto obliga a resolver el sistema por medio de la programación cuadrática entera. El procedimiento ha sido ampliamente descrito en la bibliografía tanto por Gass<sup>16</sup> como por Mao.<sup>17</sup>

## Consideraciones sobre las herramientas

Los programas sencillos pueden ser implementados en planilla electrónica, tal como se hizo en otra oportunidad. El avance de la tecnología de las computadoras personales, así como el *software* de aplicación, permite alcanzar un cierto grado de complejidad con una PC. Los problemas más complejos requieren el concurso de una workstation y el desarrollo de software específico, si bien basado en las aplicaciones comerciales.

La complejidad del enfoque ya no es una barrera insalvable para problemas de decisión de cualquier número de variables.

Es posible que una dificultad mayor resida en el entrenamiento de los expertos para que utilicen en forma interactiva el *software* apropiado para realizar por sí solos el proceso de estimación y validación que se describe.

El desarrollo de paneles de expertos que reúnan, a la vez, un alto grado de experiencia en los temas de consulta y un adecuado entrenamiento para expresar sus expectativas bajo la forma de distribuciones de probabilidad, parece ser la componente más laboriosa en el desarrollo e implementación de un sistema eficiente de evaluación.

En algún estadio del desarrollo, se debería culminar en un sistema experto, tal que sea capaz de conducir en forma más o menos autónoma el proceso de elicitación, interactuando con cada experto.

Los expertos deben ser informados de los resultados obtenidos a posteriori, de manera de mejorar su capacidad de predicción futura, tal como se hace actualmente con los pronosticadores del clima.

<sup>16</sup> Gass, Saul I., citado.

<sup>17</sup> Mao, citado.

## Modelos y evaluaciones en I+D

Las opiniones de expertos son habituales en la evaluación de proyectos de I+D; sin embargo, la extensión con la que se extrae información y se la procesa en modo alguno es comparable con el procedimiento que proponemos.

Es más, muchas veces el experto asume el rol de decididor y pondera cualidades del proyecto; en los métodos manejados por puntaje, se observan juicios de valor más que estimaciones ajustadas al verdadero rol del experto.

En definitiva, las opiniones son una combinación de evaluaciones objetivas y juicios subjetivos.

La evaluación multiobjetivo o multicriterio ha sido ampliamente utilizada en problemas de diferente índole, como lo muestran los trabajos de Ríos Insúa<sup>18</sup> y Merkhofer.<sup>19</sup>

El esquema básico comprende una secuencia de acciones tal como la que se describe a continuación, que se debe a French y Smith:<sup>20</sup>

Esta propuesta metodológica separa totalmente la opinión objetiva, sea de expertos o de pares, de las decisiones subjetivas, de política, de los órganos de decisión.

Una de las primeras ventajas que se obtiene del procedimiento propuesto es la posibilidad de analizar, como análisis de sensibilidad, los resultados posibles de distintas acciones a seguir, a la luz de la información disponible en el momento de la toma de decisiones.

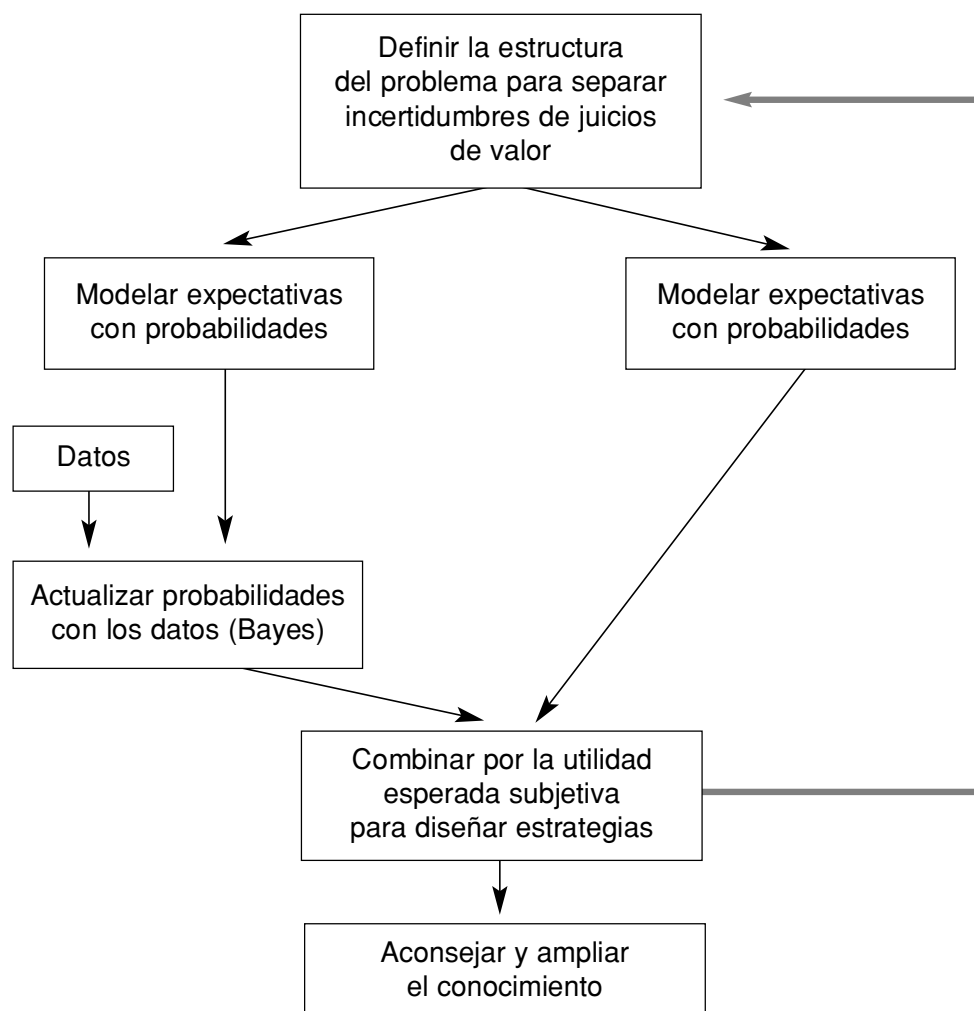
La información que se obtenga “a posteriori”, permite nuevas revisiones de las decisiones, la posibilidad de la rectificación total o parcial de las mismas, junto con una estimación del costo de cada alternativa.

El decididor, sobre la base del conocimiento aportado por los expertos, tiene mayores posibilidades de evaluar las consecuencias futuras de las decisiones actuales, una característica altamente deseable, no sólo en el ámbito de la Ciencia y la Tecnología, sino también en todos aquellos donde se toman decisiones que implican asignar recursos.

<sup>18</sup> Ríos Insúa, D., Salewicz, K. A., Müller, P. y Bielza, C., “Bayesian methods in reservoir operations: the Zambezi River case”, en *The Practice of Bayesian Analysis*, Arnold, 1997.

<sup>19</sup> Merkhofer, M. W., Jenni, K. E. y Williams, C., “The rise and fall of the us Department of Energy’s Environmental Restoration Priority System”, en *The Practice of Bayesian Analysis*, Arnold, 1997.

<sup>20</sup> French y Smith, citado.



## Conclusiones

El sistema propuesto permite arribar en forma eficiente a soluciones racionales en la asignación de recursos para proyectos de I+D, o de cualquier otro sector, seleccionando portafolios óptimos con evaluación multicriterio.

Las decisiones políticas quedan explícitas bajo la forma de pesos otorgados a atributos que pueden ser del tipo sí/no ( $\delta$  de Kronecker), el análisis de sensibilidad permite predecir el efecto que tienen estas decisiones en la conducta futura del portafolio de proyectos. Por ejemplo, a qué nivel llega la incertidumbre si se priorizan los proyectos con más alto grado de incertidumbre.

Una ayuda a la función de los expertos puede ser el establecimiento de características de los responsables y participantes de proyectos, en función de los resultados obtenidos en los proyectos anteriores, en el cumplimiento de las metas, los plazos y el presupuesto. El índice característico de cada participante debiera ser una parte de la evaluación objetiva del futuro de cada proyecto, tal como se hace en actividades competitivas de la actividad privada.

La complejidad en la resolución de los problemas no es obstáculo para la resolución eficiente de los mismos, con recursos hoy al alcance de la mayoría de las instituciones de planeamiento o ejecución, públicas o privadas, con presupuestos pequeños frente al monto de los recursos que se asignan.

## Apéndice I

### Decisiones bajo incertidumbre

#### *Glosario de términos*

##### *1. Introducción*

Para el estudio de la estadística Bayesiana, cuyo objetivo es facilitar la toma de decisiones en procesos sujetos a incertidumbre, nos parece importante destacar cuáles son los significados de los términos de uso común en estos temas.

##### *2. Decisiones y decididores*

Una decisión es una asignación de recursos, en general es irrevocable, excepto que una nueva decisión la modifique. Uno de los problemas de la revocación radica en que, si las decisiones ya han sido aplicadas parcialmente, la revocación es una nueva asignación de recursos que tiene un costo.

El decididor es alguien que tiene autoridad para asignar los recursos, se supone que los asigna para obtener un objetivo, que es lo que él espera obtener al asignar esos recursos. Hay una clara diferenciación entre decisiones y objetivos. Las primeras se efectúan para obtener los segundos. El estudio de la mejor decisión para obtener un objetivo dado es conocido como optimización. La optimización, como rama de la

matemática aplicada, está conceptualmente vinculada con la búsqueda de máximos y mínimos condicionados, o sujetos a restricciones.

El decididor toma decisiones consistentes con su propia escala de valores, cuestiones que son importantes para él y relevantes para la decisión a tomar. En general el común denominador de la toma de decisiones es la cuestión económica. Otras cuestiones, que pueden actuar para limitar el número de decisiones aceptables entre todas las posibles, pueden ser personales (como su propia satisfacción o la seguridad de su empleo), o sociales (como la ética de los procedimientos).

El decididor fijará una meta para su decisión, que será una especificación del grado de satisfacción de un objetivo prefijado. El decididor deberá emplear el análisis de decisiones, que es una forma estructurada de pensar acerca de cómo las acciones que se toman como efecto de cada decisión conducen a un resultado. Para hacerlo, deben distinguirse tres situaciones diferenciadas: la decisión a tomar, las probabilidades y los hechos desconocidos que pueden afectar los resultados y los resultados en sí mismos.

El análisis de decisiones construye modelos, estructuras lógicas y representaciones matemáticas de las relaciones dentro de cada situación y de cada una de ellas con las demás. Los modelos deberán permitir al decididor estimar los posibles resultados de cada curso de acción posible, de modo que pueda entender cabalmente las relaciones entre sus acciones y sus objetivos.

### *3. Las tres situaciones de la decisión*

Para tomar una decisión, el decididor tiene que tener, al menos, dos alternativas, que son los cursos de acción que puede tomar. Cuando elige una alternativa e impulsa su ejecución, ha tomado una decisión. Allí es donde las incertidumbres entran en juego. Las incertidumbres son elementos incontrolables que integran lo que algunos llaman suerte o chance.

Cada alternativa elegible por el decididor puede estar acompañada de diferentes incertidumbres, y en todos los casos las alternativas se combinan con las incertidumbres para producir un resultado. El resultado se mide siempre con la escala de valores del decididor. Como el resultado es el producto de las alternativas elegidas, y también de las incertidumbres, es un hecho incierto en sí.

En ese ejemplo, no siempre una buena decisión conduce a un buen resultado. Tampoco es siempre cierto lo contrario. La calidad de una decisión debe evaluarse sobre la base de las alternativas dispo-

nibles, la información, la escala de valores y la lógica al tiempo de la toma de la misma.

#### *4. Tipos de decisiones*

Una decisión simple es una que demanda un único curso de acción, aunque haya varias alternativas. Si al mismo tiempo se intenta agregar otra decisión simple, se ha creado un problema de estrategia. En este caso, varias decisiones deben tomarse al mismo tiempo. Cada una de las decisiones tendrá diferentes alternativas y el decidor deberá elegir un conjunto coherente de alternativas.

Hay una diferencia importante entre estrategia y metas: el lanzamiento de dos nuevas líneas de investigación es una meta, la inversión en personal adicional y la revocación de otros proyectos empanzados es una estrategia dirigida a obtener la meta. En definitiva, la estrategia describe el conjunto de acciones que el decidor toma. El resultado de estas acciones es incierto, pero al menos uno de los posibles resultados equivale a la obtención de la meta.

Un caso especial importante del problema de estrategia es el problema del portafolio, en el cual todas las decisiones que integran la estrategia son similares, pero el decidor no tiene suficientes recursos como para aceptar todas las combinaciones de alternativas. Un caso particular de este problema es el del portafolio de inversiones, en el cual el decidor tiene a su alcance un buen número de inversiones que desea hacer, pero no tiene fondos suficientes para elegir las a todas. En situaciones como ésta, y otras similares, algunos decidores resuelven el problema con un mecanismo de priorizaciones. El decidor prioriza las inversiones y toma la primera, luego la segunda y así, en orden descendente de calificación, hasta agotar los fondos disponibles para asignar.

Como se ve, hay una diferencia entre la asignación de prioridades y la decisión. La priorización puede ser un paso en el camino de la decisión, no la decisión misma.

Algunas decisiones ofrecen la oportunidad de adoptar un tipo particular de alternativa llamada opción. La opción permite una decisión futura sujeta al conocimiento de nueva información. Todas las opciones son alternativas pero no todas las alternativas se comportan como opciones. La compra de un terreno es una decisión; sin embargo, la compra de un derecho a adquirir dicho terreno si un proyecto es aprobado es, típicamente, una opción. Las opciones son tipos importantes de alternativas que agregan valor a las decisiones.



Las decisiones serían mucho más fáciles si pudiéramos predecir, confiablemente, qué resultado va a obtenerse con la selección de cada alternativa. Para esto, los decididores usan la predicción del futuro, con la finalidad de producir mejores elecciones de alternativas. Lo que se busca es predecir el efecto, en todos los valores de interés del decididor, asociado con cada alternativa elegida. Cuando las cantidades predichas son inciertas, los que hacen predicciones pueden describir sus incertidumbres utilizando una distribución de probabilidades subjetivas.

Una distribución de probabilidades subjetivas es una expresión matemática de qué sabemos acerca de la incertidumbre y cuán confiable es nuestro conocimiento.

Cuando se estudian distribuciones de probabilidades, es usual considerar un valor esperado o media. El valor esperado o media pondera cada posible valor por su probabilidad de ocurrencia.

Dados los resultados probables y sus distribuciones, se puede determinar la sensibilidad de la decisión a las incertidumbres. El estudio de sensibilidad permite al decididor contestarse la pregunta sobre si la decisión a producir sería la misma si él tuviera la certeza de que la incertidumbre adopta el valor inferior de la distribución que la que tomaría si la tuviera acerca de que adopta el valor mayor de la distribución. Este tipo de análisis ayuda a obtener claridad de acción. Con la claridad de acción el decididor sabe qué debe hacer, aun si no sabe qué va a resultar. Éste es el objeto del análisis de decisión.

Hay una diferencia sustancial entre la sensibilidad de la decisión y la sensibilidad del resultado. Por ejemplo, el impacto de un nuevo proyecto puede pensarse sensible a los resultados que se logre obtener. Sin embargo, puede suceder que, cualquiera sea el resultado obtenido entre ciertos límites, la decisión de desarrollar el proyecto sea la misma. En ese caso nuestra decisión es independiente del impacto a alcanzar. Si nuestro interés es obtener claridad de acción, sólo nos interesarán las incertidumbres que podrían cambiar nuestras decisiones si supiéramos, por adelantado, cuáles resultados vamos a obtener.

## *5. Resultados y valores*

Consideramos las decisiones cuidadosamente porque nos ocupan los resultados, cuya bondad contrastaremos con nuestros valores. El valor más estudiado y discutido es el económico, que medimos en pesos.

Dada una corriente de ingresos, egresos y saldos, usualmente se define el VAN (Valor Actual Neto), para describir el valor corriente de

esos flujos de fondos futuros. El VAN permite condensar en un número el conjunto de flujos de fondos a obtener durante varios períodos consecutivos de tiempo. El VAN de los beneficios o de los flujos de fondos se utiliza para medir el valor de un proyecto. Para el cálculo del VAN es necesario definir la tasa de descuento, que tiene varias interpretaciones. Por ahora aceptemos que es un factor tal que, aplicado a un ingreso futuro, refleja el hecho de que es menos valioso que un ingreso actual. También reduce el impacto de costos futuros, dado que los costos que pueden ser diferidos al futuro son preferibles a los que hay que pagar hoy.

Al referirse a los valores de un escenario futuro, es útil distinguir entre valores directos e indirectos. Los valores directos son flujos de fondos directamente asignables a un proyecto dado, como pueden ser los beneficios obtenidos de la fabricación y la venta de un nuevo producto. Los valores indirectos son aquellos que difícilmente puedan demostrarse en un estado contable, como la satisfacción o la buena voluntad que genera en la sociedad un determinado producto, más allá de su valor económico. Estos valores indirectos pueden incluir costos sociales, como los derivados del despido de personal o los que son negativos para el prestigio de una empresa. En algunos casos, puede considerarse que el aumento de la fama de la firma puede repercutir en el aumento de los beneficios derivados de la venta de otros productos. Mientras que algunos de estos valores indirectos son cuantificables, otros son difíciles de expresar en números. En estos casos se utilizan ponderaciones subjetivas que permitan equiparar, en cierta medida, evaluaciones económicas desfavorables. Tal como sucede en el caso de proyectos sociales, aun dentro de las empresas: planes de salud, de vivienda, de retiros anticipados y afines.

Se observa que hay una clara distinción entre los valores directos y los indirectos: los primeros se expresan por el valor actual de un flujo de fondos futuros; los indirectos pueden mejorar la posición estratégica de una organización pero no están directamente asociados con la producción y la venta de un producto.

Uno de los objetivos de un decididor es maximizar el VAN de un producto. Sin embargo, puede también asignar un valor en exceso al VAN, asignando dicho incremento a lo que se denomina el valor estratégico del producto.

A menudo el decididor tendrá valores distintos a los económicos, en cuyo caso deberá encontrar soluciones de compromiso entre dichos valores. Estas soluciones son juicios acerca de cuánto está dispuesto a sacrificar de un valor para obtener más del otro. Como ejem-

plo personal, uno puede necesitar adoptar una solución de compromiso entre el tiempo dedicado a trabajar y el dedicado a distracciones, deportes o a su familia; el costo de la solución de compromiso es el ingreso perdido por el trabajo no realizado.

## *6. Riesgo*

A medida que el decididor pondera los efectos posibles de sus decisiones, piensa en términos de riesgo, que es la posibilidad de obtener un resultado indeseado. Aquí es conveniente considerar al decididor frente al riesgo con tres alternativas posibles.

El decididor neutro frente al riesgo, que es uno que mira el problema a largo plazo y evalúa alternativas en función de sus valores presentes. Tal el caso de las compañías de seguros, que evalúan las pólizas individuales como neutras al riesgo.

El decididor remiso al riesgo, que valúa las alternativas por debajo de sus valores esperados, para lo cual algunos autores definen el equivalente de certidumbre del mismo. Aun, frente a distintos montos involucrados, el mismo decididor puede tener distintas actitudes frente al riesgo.

Las decisiones en un marco de aversión al riesgo pueden ser tomadas usando una función de utilidad, que contiene la actitud del decididor frente al riesgo vinculando en forma matemática lo que puede llamarse su satisfacción frente al resultado con el valor monetario del resultado en sí o utilidad. Estas funciones de utilidad pueden ser indexadas por su tolerancia al riesgo, que es una manera de describir la actitud del decididor frente al riesgo. Cuanto mayor sea la tolerancia al riesgo, más se aproxima su actitud a la de un jugador. Esta tolerancia es una cantidad que mide la actitud del decididor hacia el riesgo, no la máxima cantidad que está dispuesto a perder; sin embargo, los decididores con mayores recursos tienden a tener mayores tolerancias al riesgo.

El decididor debe reflexionar acerca de su tolerancia al riesgo solamente en los casos en que las cifras son grandes y no se siente cómodo basando sus decisiones solamente en el valor monetario esperado.

La mayoría de los proyectos son irrepetibles, pero si lo fueran, la mayoría de los decididores valúa sus jugadas por debajo de los valores esperados. Justamente cuánto por debajo depende de sus respectivas actitudes frente al riesgo. Estas actitudes, para un mismo decididor, pueden variar, como ya hemos dicho, con los montos puestos en juego y, además, con el tiempo, en función de que los éxitos sucesivos lo vuelven más confiado.

## Apéndice II

### Introducción a la inferencia Bayesiana

El Teorema de Bayes da la regla para actualizar la expectativa de una hipótesis  $H$  cuando se conoce la información adicional  $E$  y la información contextual  $I$ .

$$p(H|E,I) = p(H|I) * p(E|H,I) / p(E|I)$$

El término de la izquierda  $p(H|E,I)$  se conoce como la probabilidad a posteriori o la probabilidad de la hipótesis  $H$  después de tener en cuenta el efecto de  $E$  en el contexto  $I$  (el conocimiento previo del experto).

El término  $p(H|I)$  es el prior o probabilidad de  $H$  dado solamente el contexto  $I$ . El término  $p(E|H,I)$  se designa como la confiabilidad de la evidencia y da la probabilidad de  $E$  suponiendo que  $H$  e  $I$  sean ciertos. El último término,  $1/p(E|I)$  es independiente de  $H$  y puede considerarse como una constante de escala. La información  $I$ , que contiene el conocimiento experto, debería ser la totalidad de información necesaria y relevante para determinar  $p(H|I)$  y  $p(E|I)$ .

Como se ve, todas las probabilidades consideradas son condicionales. En términos llanos, cada una de ellas expresa nuestra creencia en algunas proposiciones bajo la suposición de que otras proposiciones son correctas.

El Teorema de Bayes es una consecuencia de la regla del producto de probabilidades. La probabilidad de  $A$  y  $B$  está dada por:

$$p(A,B|I) = p(A|B,I) * p(B|I) = p(B|A,I) * p(A|I)$$

de donde se obtiene el Teorema de Bayes reordenando los términos.

El Teorema puede extenderse a cadenas de evidencia, con lo que se extiende el uso de la herramienta a una sucesión de hechos, cada uno de los cuales mejora la estimación de las probabilidades de los siguientes. □